

Ejercicios de Análisis Matemático

Sucesiones

1. Estudia la convergencia de la sucesión dada por $x_1 = 1$, y para todo $n \in \mathbb{N}$:

$$x_{n+1} = \frac{4 + 3x_n}{3 + 2x_n}.$$

2. Dados $0 < a_1 < b_1$, definamos para todo $n \in \mathbb{N}$:

$$b_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2}, \quad a_{n+1} = \frac{2a_nb_n}{a_n + b_n}.$$

Justifica que las sucesiones así definidas son monótonas y convergen al mismo número.

3. Calcula el límite de la sucesión:

$$x_n = \frac{1}{n} \left(n + \frac{n-1}{2} + \frac{n-2}{3} + \cdots + \frac{2}{n-1} + \frac{1}{n} - \log(n!) \right)$$

4. Calcula el límite de la sucesión:

$$x_n = \left(\frac{\log(n+2)}{\log(n+1)} \right)^{n \log n}$$

5. Calcula el límite de la sucesión:

$$x_n = \frac{\frac{2}{1} + \frac{3^2}{2} + \frac{4^3}{3^2} + \cdots + \frac{(n+1)^n}{n^{n-1}}}{n^2}$$

6. Sabiendo que $\{a_n\} \rightarrow a$, calcula el límite de la sucesión:

$$x_n = \frac{a_1 + a_2/2 + \cdots + a_n/n}{\log n}$$

Lecturas obligatorias. Debes leer y entender las definiciones y resultados principales del Capítulo 7, pero no es preciso que estudies las demostraciones.